

経路追従問題における最適速度制御[†]

岡島 寛*・浅井 徹**・川路 茂保*

Optimal velocity control method in path following control problem

Hiroshi OKAJIMA*, Toru ASAI** and Shigeyasu KAWAJI*

Path following control problem has been treated in recent years. In past studies, the velocity of the plant is considered as constant value. However, the velocity of the plant must be controlled so as to reduce traveling time. In this paper, velocity control in path following problem is discussed by using optimal control. Since reaching time from the start point to the terminal point is used as a cost, we can obtain good acceleration and deceleration input. Since constraints of path following are included in the optimal control problem, we can achieve not only optimization of the cost but also path following. The effectiveness of the proposed method is examined by numerical examples with a path of non-constant curvature.

Key Words: path following control, velocity control, optimal control, vehicle dynamics

1. はじめに

ITS化に伴う自動運転、飛翔体の誘導、産業用ロボットに所望の作業をさせる場合など、追従制御は産業界において広く用いられる。従来より、追従制御問題に関する多くの研究^{1)~16),18)}がなされており、以下の3つに大別できる。1つは、ある固定点への追従であり、ステップ状目標値へ出力を追従させる場合や、平面上の目標位置に制御対象の重心を収束させる場合などはこれに相当する。経路計画問題 (path-planning problem) と呼ばれる目標点までの経路を計画する問題^{12)~16)}も制御入力を経路計画と同時に求まる場合にはこの枠組みとして考えることができる。2つ目は時間の関数として動く目標点への追従である。この問題は軌道追従問題^{1)~4),18)}と呼ばれ、産業用ロボットの先制制御などに用いられている。3つ目は与えられた経路への追従であり、経路に沿った運動が求められるものである^{5)~11)}。このクラスの追従制御問題を本論文では経路追従問題と呼ぶ (他の文献では軌道追従問題と呼ぶ場合もあるが、ここでは2つ目の問題と区別するために経路追従と呼ぶ)。追従すべき経路が定められている問題設定は様々に存在し、例えば、決められたコース

で自動車レースを行う場合や切削加工においてマニピュレータの加工ルートが定められている場合などが挙げられる。本論文では沿うべき経路はあらかじめ与えられているものと考え、経路追従問題を扱う。

経路追従制御に関する従来の研究では、速度が既知時変の制御対象に対して目標経路への追従が保証される制御則であっても、例題では速度は一定とされている場合が多い。これに対し、例えば自動車レースの場合のように、経路への追従と同時にできるだけ短い時間での移動が要求される場合は経路に追従する際の速度時系列を考慮しなければならない。

短時間での経路に沿った移動が求められる場合には、制御対象の速度は速い方が望ましい。しかし、速度を速くしすぎると制御対象の安定性が損なわれる。実際、自動車²⁰⁾の場合には、制御対象が高速の場合には低速の場合に比べて旋回に必要な操舵入力の大きさは大きくなる。操舵によってタイヤに発生させることができる横力には限界があることから、操舵入力の過大化は安定性を損なうことになる。また、自動車だけではなく、質量を持った制御対象ならば速度が速いほど旋回しにくくなることが知られているため、制御対象の動特性や目標経路の形状を考慮して速度時系列を適切に選ぶことは、移動時間を短くする際に重要となる。これに対し著者らは、経路追従問題の枠組みにおいて、目標経路との追従誤差、入力の大きさ、移動に要する時間を同時に取り扱う方法を提案した¹¹⁾。

文献11)では、制御対象が描く軌道と目標経路との追従誤差、入力の大きさ、移動時間を評価する評価関数をそれぞれ考え、その重み付き和の評価関数を最適制御問題の枠組みで解いている。そのため、得られた入力は入力の大きさ、移動時間を考慮しつつ加減速を行うものとなっている。しかしな

[†] 第36回制御理論シンポジウムで発表 (2007・9)

* 熊本大学自然科学研究科情報電気電子工学専攻 熊本市黒髪 2-39-1

** 大阪大学工学研究科機械工学専攻 吹田市山田丘 2-1

* Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University, Kurokami, Kumamoto-City

** Graduate School of Engineering, Osaka University, Yamadaoka, Suita-City

(Received January 1, 2006)

(Revised January 1, 2006)

から、移動時間を短くするために制御対象が目標経路よりもより直線に近い軌跡を描くことから、この枠組みは漸近的に追従誤差を零とする^{5)~10)}の経路追従とは異なる。このとき、最適制御問題の枠組みで漸近的に追従誤差を零とすることについては未議論であった。

そこで、本論文では、最適化問題の枠組みで入力の大きさ、移動時間を考慮した問題を定式化する点では文献¹¹⁾と同じであるものの、経路への追従誤差を漸的に零とする制御手法を提案する。具体的には、評価関数の最小化における制約条件として、制御対象の状態方程式とともに“目標経路への追従”に関する式を追加することで、標準的な最適制御問題に帰着させる。次に、自動車モデルを用いて、速度一定の場合との比較などの数値例により提案手法の有効性を検証する。

なお、移動時間を考慮して制御入力を決定する枠組みは他にも存在するが、主に経路計画問題に関する結果^{13)~16)}であり、本論文が経路に沿った運動も目的とする意味でこれらの結果とは異なる。また、文献⁴⁾でも目標経路を考え、評価関数に基づいて制御入力を求められているが、枠組みとしては軌道追従問題であり、制御対象速度は設計者があらかじめ与える目標点の動き方にも依存する。

2. 問題設定

2.1 平面上の目標経路

本論文では、制御対象は平面内を運動するものとする。慣性座標系を Σ とし、その正規直交基底をそれぞれ e_1, e_2 とする (Fig. 1 を参照)。目標経路上の点 p_r は、ある基準点からの経路に沿った長さ s の関数として

$$p_r(s) = \xi_r(s)e_1 + \eta_r(s)e_2 \quad (1)$$

と与えられ、 $\xi_r(s)$ および $\eta_r(s)$ はそれぞれ C^3 級と仮定する。さらに、目標経路上の点 $p_r(s)$ に、その点を原点とする座標系 $\Sigma'(s)$ を考え、その正規直交基底をそれぞれ $e'_1(s), e'_2(s)$ とする。このとき、

$$e'_1(s) = \frac{dp_r}{ds} = \frac{d\xi_r(s)}{ds}e_1 + \frac{d\eta_r(s)}{ds}e_2 \quad (2)$$

$$e'_2(s) = -\frac{d\eta_r(s)}{ds}e_1 + \frac{d\xi_r(s)}{ds}e_2 \quad (3)$$

である。ここで、 $e'_1(s)$ が e_1 に対してなす角を $\theta_r(s)$ とすると、 e'_1 および e'_2 は

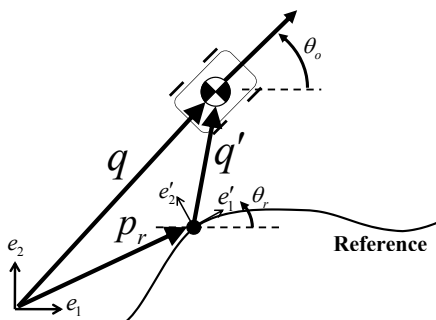


Fig. 1 the reference path and position of the plant

$$e'_1(s) = \cos(\theta_r(s))e_1 + \sin(\theta_r(s))e_2 \quad (4)$$

$$e'_2(s) = -\sin(\theta_r(s))e_1 + \cos(\theta_r(s))e_2 \quad (5)$$

となる。また、経路上の点 p_r での曲率 $\kappa_r(s)$ は次のように表わされる。

$$\kappa_r(s) = \frac{d\theta_r(s)}{ds} \quad (6)$$

$\xi_r(s), \eta_r(s)$ が C^3 級であることから、経路上の点 p_r における曲率 $\kappa_r(s)$ は微分可能かつその値が連続 (C^1 級) である。ある点 $p_r(s_0)$ において、その座標 ξ_{r0}, η_{r0} および θ_{r0} が与えられ、 $\kappa_r(s)$ が与えられているとすると、次式が成り立つ。

$$\xi_r(s) = \int_{s_0}^s \cos \theta_r(\sigma) d\sigma + \xi_{r0} \quad (7)$$

$$\eta_r(s) = \int_{s_0}^s \sin \theta_r(\sigma) d\sigma + \eta_{r0} \quad (8)$$

$$\theta_r(s) = \int_{s_0}^s \kappa_r(\sigma) d\sigma + \theta_{r0} \quad (9)$$

本論文では数式としての扱いやすさを考慮して、目標経路として C^1 級の $\kappa_r(s)$ および $\xi_{r0}, \eta_{r0}, \theta_{r0}$ が与えられているものとする。(1) が与えられている場合にも、 $\xi_r(s), \eta_r(s)$ から $\kappa_r(s)$ を求めることができる²¹⁾ため、このような仮定は一般性を失うものではない。

2.2 制御対象のクラス

制御対象の運動は次のアファイン系と呼ばれる非線形状態方程式で表わされるものとする。

$$\dot{x}_p(t) = f_{p1}(x_p(t)) + f_{p2}(x_p(t))u(t) \quad (10)$$

ただし、 $x_p(t) \in R^n$ は状態、 $u(t) = [u_1(t), \dots, u_m(t)]^T \in R^m$ は制御入力である。本論文では、経路追従と独立に速度の制御も扱うために $m \geq 2$ の制御対象に限定する。(10) で表わされるクラスの制御対象は多く存在し、当然のことながら、線形時不変系もこのクラスに含まれる。また、制御対象の重心の速度の大きさ $v \in R$ および制御対象が描く軌道の曲率 κ は、次のように記述できるものとする。

$$v(t) = h_{11}(x_p(t)) + h_{12}(x_p(t))u(t) \quad (11)$$

$$\kappa(t) = h_2(x_p(t), u(t)) \quad (12)$$

さらに、 $h_2(x_p(t), u(t))$ は以下のように与えられるものとし、 $h_{22}(x_p) \neq 0$ と仮定する。

$$h_2(x_p(t), u(t)) = h_{21}(x_p(t)) + h_{22}(x_p(t))u_1(t) \quad (13)$$

ここで、(13) では曲率に陽に影響を与える入力を u_1 のみと仮定している。非ホロノミック拘束を有する三輪車モデル¹⁸⁾において操舵角 δ に対して $\tan \delta$ を u_1 と置いた場合や、自動車の運動モデル²⁰⁾の場合などは曲率を (13) の形で表わすことができる。

このとき、制御対象の重心の座標を

$$q(t) = \xi(t)e_1 + \eta(t)e_2 \quad (14)$$

とすると、(7)~(9)と同様に $\xi(t)$ と $\eta(t)$ は $\kappa(t)$ および $v(t)$ を用いて次式で与えられる。

$$\xi(t) = \int_{t_0}^t v(\tau) \cos \theta_o(\tau) d\tau + \xi(t_0) \quad (15)$$

$$\eta(t) = \int_{t_0}^t v(\tau) \sin \theta_o(\tau) d\tau + \eta(t_0) \quad (16)$$

$$\theta_o(t) = \int_{t_0}^t \kappa(\tau) v(\tau) d\tau + \theta_o(t_0) \quad (17)$$

ただし、 θ_o は速度ベクトルと e_1 のなす角である。このように、制御対象の各時刻での位置や姿勢は (12) で与えられる曲率 κ および (11) で与えられる速度 v によって計算することができる。

2.3 経路への漸近的な追従を考慮した最適制御問題

前節までに与えた目標経路と制御対象を用いて、経路への漸近的な追従を行いつつ移動時間、制御入力の大さを扱う制御問題を記述する。

第1章で述べたように、経路上の移動に要する時間と制御入力の大さとの間にはトレードオフの関係がある。そこで、本論文では最適制御問題の評価関数を以下のように与える。

$$J = J_s + J_t \quad (18)$$

ここで、 J_s 、 J_t は制御入力の大さを評価する項、移動時間の評価項である。ただし、Fig. 2 に示すように目標経路の区間 l を考え、その区間での評価関数をそれぞれについて考える。そのため、区間を移動するのに要する時間を J_t とすれば、移動時間を取り扱うことができる。

上記のような評価関数の最小化を行う場合、制御対象の状態方程式は評価関数値を小さくする上での制約条件となる。本論文では、さらに、経路追従に関する制約条件も付加することで目標経路への追従を達成することを考える。

次章では、制御対象と目標経路との幾何学的関係について述べ、上記の経路追従に関する制約条件を導く。

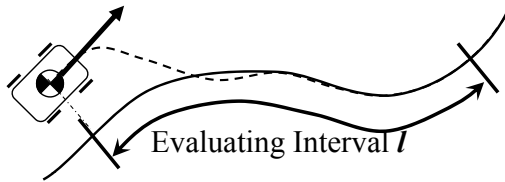


Fig. 2 evaluating interval

3. 目標経路への追従

3.1 目標経路と制御対象との動的な関係

本節では、制御対象の位置と目標経路上のある $s = s_r$ との関係を考え、制御対象の移動に伴う s_r の推移を考える。 s_r が t によって変化する場合、その点は $p_r(s_r(t))$ で与えられる。ただし、 s_r は t に関して微分可能と仮定する。以降では

表記の簡略化のため、 $s_r(t)$ を指数とする関数には $\hat{\cdot}$ を用い、 s_r を省略して表記することとする。例えば、 $p_r(s_r(t))$ の場合には $\hat{p}_r(t)$ と書くこととなる。

また、 $q'(t)$ の長さに関連する量 ζ を次のように定義する。

$$\zeta(q', s_r) = \text{sgn}(q' \cdot e'_2(s_r)) \|q'\| \quad (19)$$

ただし、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである。 ζ の大きさは q' の大きさを表しており、 ζ の符号は q' の e'_2 方向の成分の符号を与える。すなわち、 ζ が正ならば e'_1 軸の左半平面すなわち e'_2 が正となる半平面内に制御対象が存在することになる。このことは、目標経路上の任意の $s_r(t)$ に対して成り立つ。さらに、 q' と e'_1 が直交するような点を目標経路と制御対象の関係の特徴付ける点として用い^(8),9),11)、参照点^(注1)と呼ぶ。すなわち、

$$q'(t) \cdot e'_1(s_r(t)) = 0 \quad (20)$$

が成り立つような微分可能な $s_r(t)$ が存在するとき、 $\hat{p}_r(t)$ を参照点とする。しかし、そのような $s_r(t)$ の存在は制御対象の軌道と目標経路の関係に依存し、必ずしも (20) を満足する微分可能な $s_r(t)$ が存在するとは限らない。そのような $s_r(t)$ の存在条件は以下の定理で与えられる¹¹⁾。

《定理1》 時間区間 $[t_0, t_1]$ において連続な $\kappa(t)$ 、 $v(t)$ および、制御対象の初期位置 $(\xi(t_0), \eta(t_0))$ 、初期角度 $\theta_o(t_0)$ が与えられていると仮定する。このとき、区間 $[t_0, t_1]$ で以下の条件

$$A1 \quad q'(t) \cdot e'_1(s_r(t)) = 0$$

$$A2 \quad 1 - \hat{\kappa}_r(t) \zeta(q'(t), s_r(t)) > 0$$

$$A3 \quad s_r(t) \text{ は } t \text{ に関して微分可能である}$$

を満たす $s_r(t)$ が存在するための必要十分条件は、以下の条件を満たす s_{r0} が存在することである。

$$B1 \quad q'(t_0) \cdot e'_1(s_{r0}) = 0$$

$$B2 \quad 1 - \hat{\kappa}_r(s_{r0}) \zeta(q'(t_0), s_{r0}) > 0$$

$$B3 \quad \text{状態方程式}$$

$$\dot{x}_{re}(t) = f_{re}(x_{re}(t), \kappa(t), \hat{\kappa}_r(t), v(t)), \quad (21)$$

$$x_{re} = \begin{bmatrix} \theta & s_r & z \end{bmatrix}^T$$

$$f_{re}(x_{re}, \kappa, \hat{\kappa}_r, v) = \begin{bmatrix} \kappa v - \hat{\kappa}_r \frac{v \cos \theta}{1 - \hat{\kappa}_r z} \\ \frac{v \cos \theta}{1 - \hat{\kappa}_r z} \\ v \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\theta(t_0) = \theta_o(t_0) - \hat{\theta}_r(t_0) \quad (22)$$

$$s_r(t_0) = s_{r0} \quad (23)$$

$$z(t_0) = \zeta(q'(t_0), s_{r0}) \quad (24)$$

は時刻 $[t_0, t_1]$ で

(注1) 目標点と同じく動く点ではあるが、この点の動き方は制御対象の動きに依存して決まり、あらかじめ動き方を与える点ではない。

$$\|f_{re}(x_{re}(t), \kappa(t), \hat{\kappa}_r(t), v(t))\| < \infty \quad (25)$$

となる解を持つ。

定理 1 は, $s_r(t)$ の存在に関する必要十分条件を与えている. すなわち, (20) を満足しかつ微分可能な $s_r(t)$ の存在は, (21) の解の存在と等価である. 逆に, (21) の解が存在すれば, その $s_r(t)$ は (20) を満足する.

(注意) B1~B3 を満足するためには, 与えられた経路の形状だけでなく制御対象の初期位置も重要になる. 具体的には, 制御対象と点 $p_r(s_{r0})$ との距離 z が, その点での曲率半径 $1/\kappa_r$ よりも小さくなければならない. 特殊な場合として, 経路が直線ならば制御対象の初期位置に関わらず B1, B2 を満足する点 $p_r(s_{r0})$ が存在する.

(10)~(13), (21) より, 制御対象と参照点は次の状態方程式に従うことがわかる.

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t)), \quad x = [x_p^T, x_{re}^T]^T \quad (26)$$

$$F(x, u) = \begin{bmatrix} f_{p1}(x_p) + f_{p2}(x_p)u \\ h_{\kappa v}(x_p, u) - \hat{\kappa}_r \frac{(h_{11}(x_p) + h_{12}(x_p)u) \cos \theta}{1 - \hat{\kappa}_r z} \\ \frac{(h_{11}(x_p) + h_{12}(x_p)u) \cos \theta}{1 - \hat{\kappa}_r z} \\ (h_{11}(x_p) + h_{12}(x_p)u) \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} h_{\kappa v}(x_p, u) \\ = (h_{11}(x_p) + h_{12}(x_p)u) \cdot (h_{21}(x_p) + h_{22}(x_p)u_1) \end{aligned}$$

ここで, (26) の状態 $z(t)$ が制御対象位置と参照点との符号付き距離となっている (Fig. 3) ことから, 入力 u によって $z = 0$ とできれば経路に沿った運動 (経路追従) をすることがわかる. 以下では特に u_1 に着目することで経路への追従を考える. 次節では, 目標経路への追従を達成する制約条件を導出する.

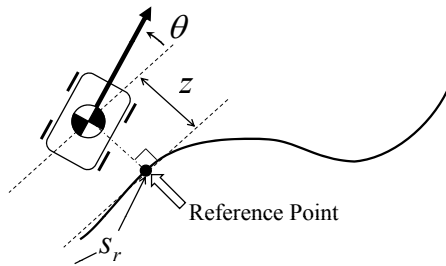


Fig. 3 moving coordinate

3.2 経路追従を達成する制約条件

目標経路への追従は, $z \rightarrow 0$ を $t \rightarrow \infty$ で達成するか, 或いは, $s_r \rightarrow \infty$ で達成するかによって 2 つの方法がある. 以下に, それぞれの方法について説明する.

まず, $t \rightarrow \infty$ で達成させる 1 つ目の方法, すなわち, 次式

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z = 0 \quad (27)$$

を満足させるための制御則を考える. 本方法においては,

$h_{12}(x_p) = 0$ が成り立つと仮定する. もし, $s^2 + a_1 s + a_0$ がフルビッツ多項式となるような係数 a_0, a_1 に対して, 次式

$$\sum_{i=0}^2 a_i \frac{d^i z}{dt^i} = 0 \quad (28)$$

が成立すれば, z は (27) を満足する. ただし, $a_2 = 1$ である. これは z を出力とした出力零化¹⁸⁾を行っていることに対応する. dz/dt は (26) で既に与えられており, $d^2 z/dt^2$ は (26) を用いた計算により次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} = & \quad (29) \\ & h_{11}(x_p)^2 \left(h_{21}(x_p) + h_{22}(x_p)u_1 - \frac{\hat{\kappa}_r \cos \theta}{1 - \hat{\kappa}_r z} \right) \cos \theta \\ & + \frac{\partial h_{11}}{\partial x_p} (f_{p1}(x_p) + f_{p2}(x_p)u) \sin \theta \end{aligned}$$

よって, (28) を満足させる u_1 は以下のように書くことができる.

$$u_1(t) = \frac{U_t}{N_t} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} U_t = & -h_{11}(x_p)^2 \left(h_{21}(x_p) - \frac{\hat{\kappa}_r \cos \theta}{1 - \hat{\kappa}_r z} \right) \cos \theta \\ & - \frac{\partial h_{11}}{\partial x_p} (f_{p1}(x_p) + f_{p2}(x_p)[0, u_2, \dots, u_m]^T) \\ & \cdot \sin \theta - a_1 h_{11}(x_p) \sin \theta - a_0 z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_t = & h_{11}(x_p)^2 h_{22}(x_p) \cos \theta \\ & + \frac{\partial h_{11}}{\partial x_p} f_{p2}(x_p) [1, 0, \dots, 0]^T \sin \theta \end{aligned}$$

ただし, $N_t \neq 0$ を常に満足しなければならない. このとき, 仮定より $h_{22} \neq 0$ であるので, $h_{11}(x_p) = v \neq 0$ かつ N_t の第 2 項が零 (もしくは小さな値) ならば $N_t \neq 0$ を満足する. 第 2 項は, u_1 が dv/dt に陽に影響を与えない場合や, 初期時刻から経路上を運動している (恒等的に $\theta = 0$) 場合に零となる. u_1 が (30) で定められる場合, 他の入力 $u_i(t), i = 2, \dots, m$ に関わらず (28) を満足するので (27) が成り立つ.

次に, $s_r \rightarrow \infty$ で達成させる 2 つ目の方法, すなわち, 次式

$$\lim_{s_r \rightarrow \infty} z = 0 \quad (31)$$

を満足させるための制御則を考える. この制御則は時間軸状態変換¹⁷⁾と出力零化を組み合わせることで導くことができる. ただし, この方法では $\dot{s}_r > 0$ と仮定する. また, 目標経路に関して κ_r が C^2 級であるとし, $\gamma_r = d\kappa_r/ds_r$ と表記する. ここで, s_r に関する次の状態方程式を考える.

$$\frac{dz}{ds_r} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{ds_r} = (1 - \hat{\kappa}_r z) \tan \theta \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{ds_r} = & \frac{d\theta}{dt} \frac{dt}{ds_r} \\ = & \frac{(h_{21}(x_p) + h_{22}(x_p)u_1)(1 - \hat{\kappa}_r z)}{\cos \theta} - \hat{\kappa}_r \end{aligned} \quad (33)$$

このとき, 次式

$$\sum_{i=0}^2 a_i \frac{d^i z}{ds_r^i} = 0 \quad (34)$$

が成立すれば (31) を満足する．ここで $d^2 z/ds_r^2$ は (32), (33) の s_r に関する微分により次式

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{ds_r^2} = & \quad (35) \\ & \frac{(1 - \hat{\kappa}_r z)}{\cos^2 \theta} \left(\frac{h_{21}(x_p) + h_{22}(x_p)u_1}{\cos \theta} (1 - \hat{\kappa}_r z) - \hat{\kappa}_r \right) \\ & - (\hat{\kappa}_r (1 - \hat{\kappa}_r z) \tan \theta + \hat{\gamma}_r z) \tan \theta \end{aligned}$$

で与えられるため, (34) を満足させる u_1 は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} u_1(s_r(t)) = & \frac{\mathcal{U}_{s_r}}{\mathcal{N}_{s_r}} \quad (36) \\ \mathcal{U}_{s_r} = & -a_1(1 - \hat{\kappa}_r z) \tan \theta - a_0 z \\ & - \frac{(1 - \hat{\kappa}_r z)}{\cos^2 \theta} \left(\frac{h_{21}(x_p)(1 - \hat{\kappa}_r z)}{\cos \theta} - \hat{\kappa}_r \right) \\ & + (\hat{\kappa}_r (1 - \hat{\kappa}_r z) \tan \theta + \hat{\gamma}_r z) \tan \theta \\ \mathcal{N}_{s_r} = & \frac{(1 - \hat{\kappa}_r z)^2 h_{22}(x_p)}{\cos^3 \theta} \end{aligned}$$

このとき, $\mathcal{N}_{s_r} \neq 0$ を常に満足する必要があるが, z および θ が小さな値の場合には $h_{22} \neq 0$ の仮定より満足する．また, 1つ目の方法と違い, (36) には u_i ($i = 2, \dots, m$) が陽に現れていないことがわかる． $\dot{s}_r > 0$ は $v > 0$, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ で成り立ち, U ターンや切り返しをしないと仮定していることに対応する．この仮定の下では, (36) によって (27) も満足する．

上記で導いた 2 つの方法には長短所がある．方法 1 では $h_{12}(x_p) = 0$ の制御対象を仮定するのに対し, 方法 2 ではこの仮定は必要ない．一方, 目標経路として, 方法 1 では κ_r が C^1 級であるのに対し, 方法 2 では C^2 級に限定される．

ここで, 2.3 節では有限区間を考えているのに対し, 上記の 2 つの方法ともに経路への追従は無限区間 (無限時間) で考えていることに注意する．しかし, a_0, a_1 の与え方によって追従誤差の振る舞いを変更できる．そのため, 設計者は目標経路に速く近づくように a_0, a_1 を調整することで, 有限区間での追従を設定できる．また, もし初期位置において $z = 0, dz/dt = 0$ であれば a_0, a_1 を調整しなくても区間全体に渡って $z = 0$ が成り立つ．

以後, (30) もしくは (36) によって $u_1(t)$ が定められているものとみなし,

$$u_1(t) = S_1(x) + S_2(x)\tilde{u} \quad (37)$$

と表記する．ただし, $\tilde{u}(t) = [u_2, \dots, u_m]^T$ である．また, 方法 2 では $S_2(x) = 0$ となる．さらに, (26) に (37) を代入すると 2 つの方法ともに

$$\dot{x} = \tilde{F}_1(x(t)) + \tilde{F}_2(x(t))\tilde{u}(t) \quad (38)$$

と表記され, アファイン系となる．ただし, 状態 x は (26) と同じものであり, 入力 $\tilde{u}(t)$ である．

(37) によって u_1 が定められているときには, $\tilde{u}(t)$ の時系列に関わらず目標経路に追従するため, (37) は経路追従のための制約条件とも考えることができる．なお, 本論文では $(\partial \tilde{F}_1/\partial x, \partial \tilde{F}_2/\partial x)$ が可制御であると仮定する．この仮定は $z(t_0) = 0, \theta(t_0) = 0$ の場合にはゼロダイナミクスの可制御性に対応する．次節では, (38) に対し, $u_i(t), i = 2, \dots, m$ を制御入力とした最適制御問題について考える．

4. 経路追従を伴う最適制御問題

4.1 最適制御問題としての定式化

まず, 移動時間および入力の評価を与え, 最適制御問題の定式化を行う．制御対象 (10) ~ (12), 初期位置 $q(t_0)$, 初期角度 $\theta_o(t_0)$, 初期状態 $x_p(t_0)$ および目標経路 $p_r(s)$ が与えられたとする．また, 定理 1 の B1, B2 を満足する s_{r0} が与えられたと仮定する．ここで, 目標経路が端点を持たない場合, B1 を満足する点が必ず 1 つは存在する．制御対象と上記の点との距離がその点での曲率半径より短ければ, すなわち制御対象が目標経路の十分近くに存在すれば B2 も成り立つ．B1, B2 を満足する点が複数存在する場合もあるが, このような場合には, 設計者がその内の一つの点 s_{r0} を選ぶこととする．このとき, $\zeta(q'(t_0), s_{r0})$ および $\theta(t_0)$ が一意に定まるので, 前節で求めた (38) の状態方程式の初期状態は

$$x(t_0) = \begin{bmatrix} x_{p0} \\ \theta_o(t_0) - \theta_r(s_{r0}) \\ s_{r0} \\ \zeta(q'(t_0), s_{r0}) \end{bmatrix} \quad (39)$$

と与えられる．これにより, 目標経路への漸近的な追従は自動的に満たされる．

そこで, (38) および (39) の制約下での追従制御問題を評価関数 (18) の最小化問題として与えることを考える．その際, 移動時間に関する評価 J_t が必要であるが, ここでは目標経路に沿った有限の長さで与えられる区間を考え, その区間での軌道追従を考える．すなわち, 軌道に沿った長さ ℓ が与えられているものとし, $s_{r1} = s_{r0} + \ell$ で定められる区間 $[s_{r0}, s_{r1}]$ を考える．この区間に対して, 以降において J_u, J_t をそれぞれ定義する．

入力 u の大きさに関する評価 J_u は次のように与える．

$$J_u = \int_{t(s_{r0})}^{t(s_{r1})} (D_{u_1}(u_1(x, \tilde{u})) + D_{\tilde{u}}(\tilde{u})) dt \quad (40)$$

ただし, $D_u(u)$ は u に関して微分可能な関数である．ここでは, u_1 に関しては (37) より $u_1(x, \tilde{u})$ と表わされることに注意する．

次に, 移動時間の評価は被積分項を定数とすることで以下で与えられる．

$$J_t = g(t(s_{r1}) - t(s_{r0})) = \int_{t(s_{r0})}^{t(s_{r1})} g dt \quad (41)$$

ただし, g は到達時間を評価するための重みである．

以上より、経路追従制御問題は、(18)、(40)、(41)より、次式

$$J = \int_{t(s_{r0})}^{t(s_{r1})} (D_{u_1}(u_1(x, \tilde{u})) + D_{\tilde{u}}(\tilde{u}) + g) dt \quad (42)$$

を評価関数とし、(38)および(39)を制約条件とする最適制御問題となる。本問題において、 $t(s_{r1})$ は自由パラメータであり、状態 s_r は終端で固定されている。このように定式化した問題は標準的な最適制御問題の枠組みとなっており、数値解の導出が可能である。

なお、本論文と文献11)の本質的な違いを述べると、文献11)では目標経路への追従を追従誤差に関する評価関数の最小化によって行うのに対し、本論文では(37)の制約条件によって行う。

4.2 2点境界値問題

次に、前節で得られた最適制御問題の数値解を導出するために2点境界値問題に帰着させる。評価関数(42)および制約条件(38)を用いてラグランジアンを以下のように表わす。

$$L = D_{u_1}(u_1(x, \tilde{u})) + D_{\tilde{u}}(\tilde{u}) + g + \lambda^T (\tilde{F}(x, \tilde{u}) - \dot{x}) \quad (43)$$

ただし、 $\lambda \in R^n$ は x に対する共状態量(ラグランジュ乗数)である。このとき、 J が最小であるためには、各 ν_i ($\nu = [x^T \lambda^T \tilde{u}^T]^T$)について次式

$$\frac{\partial L}{\partial \nu_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\nu}_i} \right) = 0 \quad (44)$$

を満足しなければならない。 κ_r が C^1 級である仮定により(44)から λ に関する状態方程式と \tilde{u} に関する制約式が導かれる。さらに、終端時刻での状態量が自由に設定できる場合には

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \dot{\nu}_i} \right|_{t=t(s_{r1})} = 0 \quad (45)$$

および、終端時刻が自由であることに起因する制約

$$L - \sum_i \left. \frac{\partial L}{\partial \dot{\nu}_i} \dot{\nu}_i \right|_{t=t(s_{r1})} = 0 \quad (46)$$

を満足しなければならない¹⁹⁾。

状態方程式(38)、(44)から得られる共状態方程式および初期状態、終端拘束(45)、(46)が与えられた問題に対し、 $x(t)$ 、 $\lambda(t)$ を求める問題は2点境界値問題になっている。この2点境界値問題は \tilde{u} に関する制約を伴う問題となっているが、 $D_{\tilde{u}}(\tilde{u})$ および $D_{u_1}(u_1)$ が正定2次形式、すなわち

$$D_{\tilde{u}}(\tilde{u}) = \tilde{u}^T Q \tilde{u}, \quad Q > 0, \quad D_{u_1}(u_1) = q_1 u_1^2, \quad q_1 > 0$$

で与えられている場合には、(44)の入力 \tilde{u} に関する式は

$$\tilde{u}(t) = -\frac{1}{2} (Q + q_1 S_2(x)^T S_2(x))^{-1} \cdot (\tilde{F}_2(x)^T \lambda + 2q_1 S_2(x)^T S_1(x)) \quad (47)$$

と表される。このような場合には、(47)の \tilde{u} を(38)の状態方程式および(44)から得られる共状態方程式に代入すること

によって、2点境界値問題を \tilde{u} を陽に含まない問題として書き表すことができる。さらに、その2点境界値問題の解が得られれば、(47)によって $\tilde{u}(t)$ が陽に与えられる。

2点境界値問題については、近似的に解くためのアルゴリズムが既存の数値計算パッケージに実装されているため、それらを利用することができる。しかし、数値計算パッケージによっては、上記のような終端時刻可変の問題を扱えないこともある。その場合には、(38)、(44)を s_r に関する常微分方程式に書き換えれば、固定区間 $[s_{r0}, s_{r1}]$ での2点境界値問題に書き直すことができるが、(36)の導出に用いた仮定と同じ仮定($\dot{s}_r > 0$)が必要となる。次節で示す数値例ではMatlabの関数(bvp4c)を用いて解の導出を行っており、固定区間2点境界値問題として $\tilde{u}(s_r)$ を導出し、 ds_r/dt を用いることで $\tilde{u}(t)$ が得られる。

5. 数値例

本論文での提案手法の有効性を数値例により検証する。制御対象としてFig.4の自動車モデルを考える。

ヨー角速度 $\dot{\psi}$ 、すべり角 β および車速 v を状態とし、前輪操舵角 δ 、駆動力 w を制御入力とすると自動車の運動方程式は次式で与えられる¹¹⁾。

$$\dot{x}_p(t) = f_p(x_p(t), u(t)), \quad (48)$$

$$x_p = [\beta \quad \dot{\psi} \quad v]^T, \quad u = [\delta \quad w]^T$$

$$f_p(x_p, u) = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{v} \beta + (-1 + \frac{a_{12}}{v^2}) \dot{\psi} + \frac{a_{13}}{v} \delta \\ a_{21} \beta + \frac{a_{22}}{v} \dot{\psi} + a_{23} \delta \\ a_{31}(v - v_0) + a_{32} w \end{bmatrix} \quad (49)$$

ただし、 a_{ij} は定数係数であり、ここでは、各係数が以下のように入力されるものとする。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -43 & -109 & 18 \\ 5.45 & -34.09 & 10.8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{31} \\ a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad v_0 = 5$$

状態方程式のうち、 β および $\dot{\psi}$ に関する式は、タイヤの滑りと発生力の関係に基づいて導かれるものであり、 v に関する式は速度のダイナミクスを記述している。

このとき、制御対象の速度および制御対象の軌道が描く曲

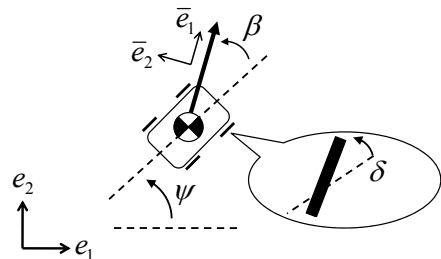


Fig. 4 vehicle model

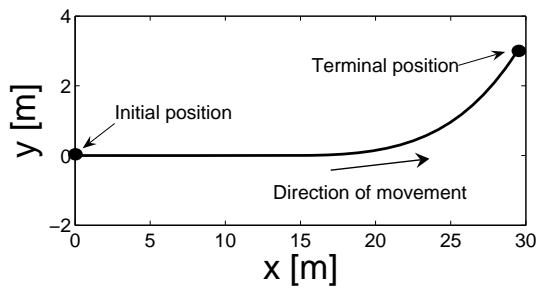


Fig. 5 reference path and vehicle's trajectory

率は次式で与えられる．

$$h_1(x_p, u) = [0 \ 0 \ 1]x_p \quad (50)$$

$$h_2(x_p, u) = \frac{a_{11}}{v(t)^2}\beta(t) + \frac{a_{12}}{v(t)^3}\dot{\psi}(t) + \frac{a_{13}}{v(t)^2}\delta(t) \quad (51)$$

$h_2(x_p, u)$ は、入力の一つ δ に関してアファインな構造となっており、 $u_1 = \delta$ とすると (13) の条件を満足する．また、(51) より、 $v(t)$ が大きい程操舵角 $\delta(t)$ が $\kappa(t)$ に与える影響は小さくなり、旋回が困難になるモデルであることがわかる．

目標経路として Fig. 5 の実線を考えると、曲率は次式となる．

$$\kappa_r = 0, \quad 0 \leq s_r < 12$$

$$\kappa_r = 0.04(1 - \cos(0.15s_r - 1.8)), \quad 12 \leq s_r \leq \ell$$

ここでは、 $\ell = 30$ とする．また、本章での全ての数値例において初期状態 $x(0)$ は速度以外を零とする．

評価関数を次式

$$J = \int_{t(s_{r0})}^{t(s_{r1})} (g_1 \delta^2 + g_2 w^2 + g_3) dt \quad (52)$$

で与えると、問題は J を最小とする $w(t)$ を求める問題となる．このとき、 g_1 が大きいと小さな操舵入力、 g_3 が大きいと移動時間が短くなるような $w(t)$ が期待できる．自動車モデルでは速度 v が状態の一つであることから、 v は入力に陽に依存しない．そのため、 $\delta(t)$ は (30) により定められているものとする．

1) 重みの影響

Figs. 6, 7 はそれぞれ $g_1 = 150$, $g_2 = 1$ とし、 g_3 を変更した場合の v および δ を示した結果である．実線は $g_3 = 100$ 、破線は $g_3 = 50$ 、点線は $g_3 = 20$ 、一点鎖線は $g_3 = 0$ の場合をそれぞれ表している．Fig. 6 より、移動時間に関する重み g_3 を大きくした方が制御対象の速度が速くなっていることがわかる．一方、Fig. 7 では、 g_3 が大きいほど大きな操舵入力が必要となることがわかる．また、Fig. 7 より区間 ℓ を移動するのに要する時間はそれぞれ $g_3 = 100$ で 2.01 秒、 $g_3 = 50$ で 2.35 秒、 $g_3 = 20$ で 2.81 秒、 $g_3 = 0$ で 3.54 秒となっており、 g_3 が大きいほど短い時間で評価区間を移動していることがわかる．紙面の関係上、制御対象が描く軌跡は省略したが、Fig. 5 の目標経路と同一のものとなる．初期状態

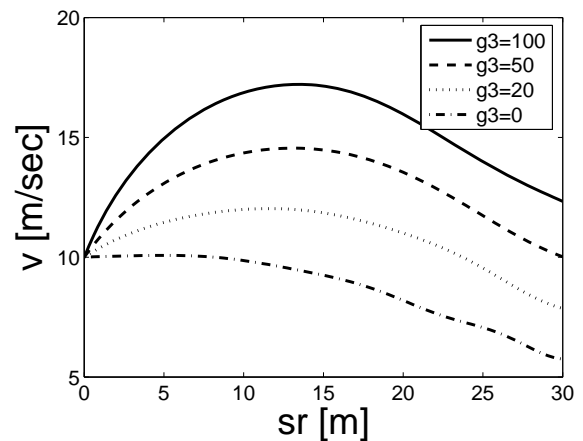


Fig. 6 velocities for each weights

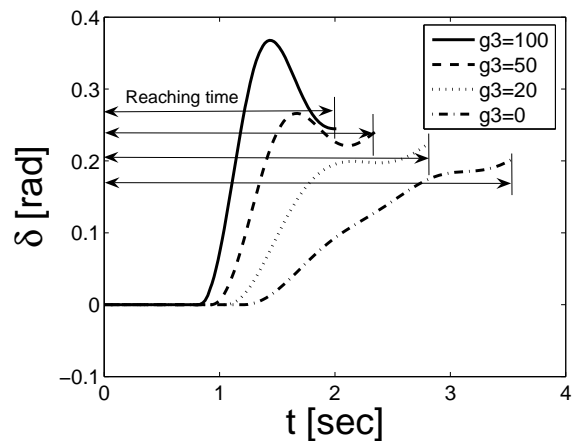


Fig. 7 steer angles for each weights

を $z(0) = 0, \theta(0) = 0$ としていることが $z(s_r) = 0, \forall s_r > 0$ となる理由である．

2) 速度一定の場合との比較

本論文の手法で速度制御を行った場合と制御対象の速度を一定とした場合とを比較する．速度一定での運動は $w = a_{31}(v_0 - v)/a_{32}$ とすることで達成できる．比較を容易にするため、速度一定の場合 ($v = 10$) と同じ移動時間となるような重み g_3 を探し、それぞれの速度、操舵角の比較を行った結果が Figs. 8, 9 である．移動時間評価の重みは $g_3 = 12.35$ となった．破線は速度一定の場合、実線は提案手法の場合である．Fig. 8 は経路上の位置に対して制御対象の速度をプロットした図である．提案手法の場合、直線時 ($0 \leq s_r \leq 12$) に加速して高速となっており、旋回部分で低速となっていることがわかる．破線は $v = 10$ となっている．また、Fig. 9 の横軸は時間であるが、移動時間はそれぞれ 3 秒であり、等しいことが確認できる．このとき、操舵角の大きさは、提案手法の方が速度一定の場合よりも小さな値となっていることがわかる．

実際、入力を二乗積分した値はそれぞれ $J_\delta = 6.55$ (提案

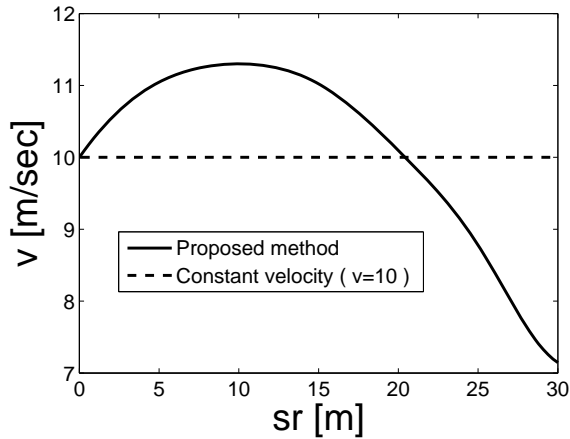


Fig. 8 velocities of our method and constant case

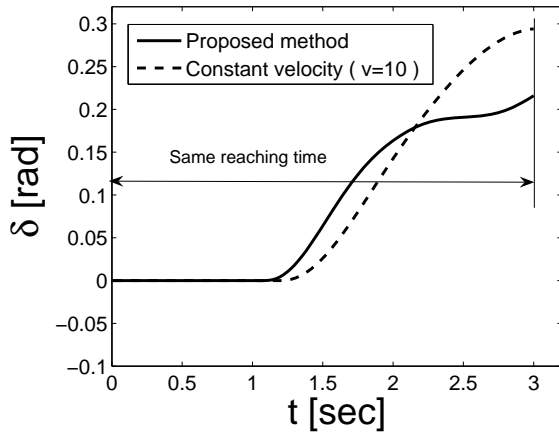


Fig. 9 steer angles of our method and constant case

Table 1 values of the cost function (various g_3)

g_3	100	50	20	0	12.35
Proposed method	$J = 256.54$	$J = 147.15$	$J = 71.31$	$J = 8.18$	$J = 49.31$
The case of $v(t) = 10$	$J = 313.96$	$J = 163.96$	$J = 73.96$	$J = 13.96$	$J = 51.01$

法), $J_\delta = 9.27$ (速度一定)であり, 提案法の方が小さな操舵入力となっている. ここで, 各評価重みに対する J の値は速度一定の場合には $J = 13.96 + 3 \times g_3$ となる. この値と提案法でそれぞれの評価関数に対して解いた結果とを比較したものが Table 1 である. それぞれの重みについて, 速度一定 ($v = 10$) の場合と比べて評価関数値が小さいことが確認でき, 評価関数値の意味からも良い制御が行えていることがわかる.

3) 文献 11) との比較

文献 11) では, 次の評価関数

$$\mathcal{J} = \int_{t(s_{r0})}^{t(s_{r1})} (g_z z^2 \dot{s}_r + g_1 \delta^2 + g_2 w^2 + g_3) dt \quad (53)$$

を (48) の下で最小化する $\delta(t)$, $w(t)$ の組を求めている. 重

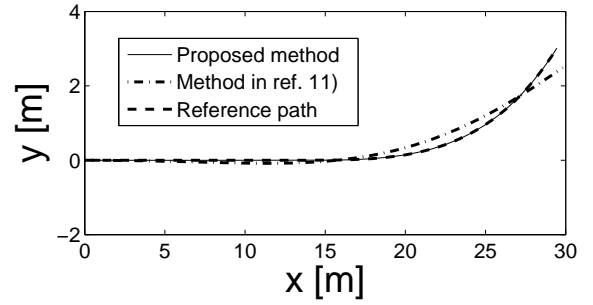


Fig. 10 case 1: reference path of Fig5

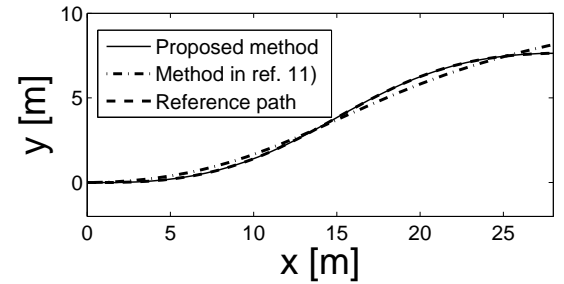
Fig. 11 case 2: $\kappa_r = 0.1 \sin(0.3s)$

Table 2 values of the cost function (comparison with method in ref. 11))

	case 1	case 2
Proposed method	$\mathcal{J} = 71.31$	$\mathcal{J} = 75.30$
method in ref. 11)	$\mathcal{J} = 63.76$	$\mathcal{J} = 68.62$

み g_z の大きさで逸脱の程度を定めることができる. 一方, $z(t(s_{r0})) = 0$, $\theta(t(s_{r0})) = 0$ の場合, 提案手法では $z(t) = 0$ となるため $\mathcal{J} = J$ となる. ここでは, 提案手法と文献 11) とで \mathcal{J} の値を比較する. $g_z = 1$, $g_3 = 20$ の場合の結果を Figs. 10, 11 に示す. Case 1, 2 それぞれ文献 11) の軌跡は目標経路から逸脱しているのに対し, 提案手法での軌跡は目標経路に一致している. 一方, 評価関数値は Table. 2 で与えられ, どちらの目標経路の場合も文献 11) の方が良い結果となっている. これは, 提案手法が経路に厳密に沿って移動するように制約されていることに起因している. このことから, 目標経路からの逸脱が許容されている問題設定には文献 11) が, 経路に沿った運動が求められている問題設定に対しては提案手法がそれぞれ有効であることがわかる.

6. まとめ

本論文では, 経路追従だけでなく制御対象の速度も同時に制御する手法を提案した. 具体的には, 入力大きさ, 移動時間の長さに関する評価関数の最適化問題を考えた. その際, 経路への漸近的な追従を保证するような入力 u_1 を求め, その入力を印加した制御対象の状態方程式を制約条件とすることで標準的な最適制御問題に帰着させた. さらに, 自動車を用

いた数値例において、重みの変更によって入力の大きさと移動時間とのトレードオフが扱えることを確認した。次に、両者で移動時間が等しくなるように重みを変更した上で、速度一定の場合との比較を行った。このとき、提案法による制御対象速度は曲線部分で低速となっており、その結果として速度一定の場合と比べて小さな入力で経路に追従した。また、文献11)との比較も行った。

本論文では、最適制御問題の評価項に入力の大きさを用いているが、例えば、車体の横滑り角のような制御対象の状態量も評価項に加えることは可能である。また、今後の課題として、 u_1 のみではなく4WS自動車のように複数の入力が曲率に陽に影響を与える場合や、直接曲率に影響を与える入力が無い場合などの制御則の導出が挙げられる。

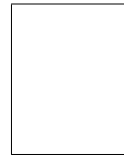
参考文献

- 1) Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi: A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (1990)
- 2) C. Samson and K. Ait-Abderrahim: Feedback Control of a Nonholonomic Wheeled Cart in Cartesian Space, *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1136/1141 (1991)
- 3) 藤本, 桜間, 杉江: 一般化正準変換を用いたハミルトニアンシステムの軌道追従制御, *計測自動制御学会論文集*, 37-8, 741/747 (2001)
- 4) 豊田, 野中: 道幅を考慮したRHCによる車両の軌道追従制御, 第7回制御部門大会資料, 082-3-1 (2007)
- 5) 三平, 伊藤: 非線形制御理論を用いた車両の経路追従制御と移動計画-切り返しを用いた車庫入れ制御, *システム制御情報学会論文誌*, 6-1, 37/47 (1993)
- 6) M. Sampei, T. Tamura, T. Kobayashi and N. Shibui: Arbitrary Path Tracking Control of Articulated Vehicles Using Nonlinear Control Theory, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 3-1, 125/131 (1995)
- 7) 野中, 中山: 車輪に横滑りを有する車両の厳密な線形化によるロバスト軌道追従制御, *計測自動制御学会論文集*, 42-6, 603/610 (2006)
- 8) C. Altafini: Following a Path of Varying Curvature as an Output Regulation Problem, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47-9, 1551/1556 (2002)
- 9) C. Altafini: Path Following with Reduced Off-Tracking for Multibody Wheeled Vehicles, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11-4, 598/605 (2003)
- 10) D. Soetanto, L. Lapierre and A. Pascoal: Adaptive, Non-Singular Path-Following Control of Dynamic Wheeled Robots, *Proceedings of IEEE International Conference on Decision and Control*, 1765/1770 (2003)
- 11) 岡島, 浅井: 「軌道の差」を考慮した軌道追従制御, *システム制御情報学会論文誌*, 20-4, 133/143 (2007)
- 12) I. Kaminer, O. Yakimenko, A. Pascoal and R. Ghabcheloo: Path Generation, Path Following and Coordinated Control for Time Critical Missions of Multiple UAVs, *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, 4906/4913 (2006)
- 13) V. Rajan: Minimum time trajectory planning, *Proceedings of IEEE International Conference of Robotics and Automation*, 759/764 (1985)
- 14) Y. Chen and A. Desrochers: A near-minimum time controller for two coordinating robots grasping an object, *Proceedings of IEEE International Conference of Robotics and Automation*, 1184/1189 (1989)

- 15) M. Galicki: Time-Optimal Controls of Kinematically Redundant Manipulators with Geometric Constraints, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16-1, 89/93 (2000)
- 16) K. Pathak, J. Franch and S. K. Agrawal: Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization, *IEEE Transactions on Robotics*, 21-3, 505/513 (2005)
- 17) 三平, 古田: 時間軸を考慮に入れた非線形システムの解析-軌跡に着目した外乱局所化問題への応用-, *計測自動制御学会論文集*, 22-8, 604/609 (1986)
- 18) 美多 勉: 非線形制御入門, 昭晃堂 (2000)
- 19) 加藤 寛一郎: 工学的最適制御, 東京大学出版会 (1993)
- 20) 安部 正人: 車両の運動と制御, 共立出版 (1979)
- 21) 小林 昭七: 曲線と曲面の微分幾何, 裳華堂 (1977)

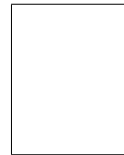
[著者紹介]

岡島 寛 (正会員)



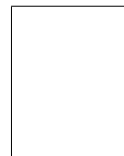
1980年5月23日生。2004年3月大阪大学大学院工学研究科電子制御機械工学専攻博士前期課程修了。2007年4月大阪大学大学院工学研究科電子制御機械工学専攻博士後期課程修了。熊本大学自然科学研究科助教となり現在に至る。追従制御に関する研究に従事。博士(工学)。システム制御情報学会の会員。

浅井 徹 (正会員)



1968年10月6日生。1996年3月東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻修了。同年1月日本学術振興会特別研究員。97年4月~98年6月カリフォルニア大学パークレー校客員研究員。99年3月大阪大学大学院工学研究科助手, 2002年4月同研究科講師 2005年4月同研究科助教授, 2007年4月同研究科准教授となり現在に至る。ロバスト制御の研究に従事。博士(工学)。システム制御情報学会の会員。

川路 茂保 (正会員)



1969年熊本大学大学院工学研究科電気工学専攻修了。同年同工学部助手, 助教を経て, 88年同教授, 99年大学院自然科学研究科教授, 現在に至る。この間, 94~95年カリフォルニア大学パークレー校, ハーバード大学等の客員研究員。ロバスト制御理論とメカニカルシステムへの応用, インテリジェント制御系の構築, ロボティクスなどの研究に従事。工学博士。計測自動制御学会常任理事, 熊本知能システム技術研究会(RIST)会長などを歴任。計測自動制御学会技術賞受賞。電気学会上級会員, 日本機械学会フェロー, 日本人間工学会, IEEEなどの会員, 当会フェロー。